

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA
Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang 1989/90

Jun 1990

ZSC 310/3 Kaedah Matematik III

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan itu.

Jawab KESEMUA EMPAT soalan.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. Diberi ∇^2 dalam koordinat sfera iaitu

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

- (a) Cari $\nabla^2 (x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}$

(20/100)

- (b) Cari penyelesaian $\nabla^2 f = 0$ jika

(i) $f = f(r)$

(ii) $f = f(\theta)$

(40/100)

- (iii) Jika $f = f(r, \theta, \phi)$ terbitkan tiga persamaan pembezaan biasa masing-masing dalam sebutan r, θ, ϕ .

(40/100)

2. Dua sfera sepusat mempunyai jejari R_1 dan R_2 ($R_2 > R_1$). Diberi keupayaan $V = V_1$ pada permukaan sfera berjejari R_1 , dan $V = V_2$ pada permukaan sfera berjejari R_2 . V_1 dan V_2 adalah pemalar.

Cari penyelesaian $\nabla^2 V = 0$ bagi semua titik di antara dua sfera.

(100/100)

3. (a) (i) Tunjukkan cara pengembangan untuk sebarang $f(x)$ dengan menggunakan fungsi Bessel $J_0(x)$.

(10/100)

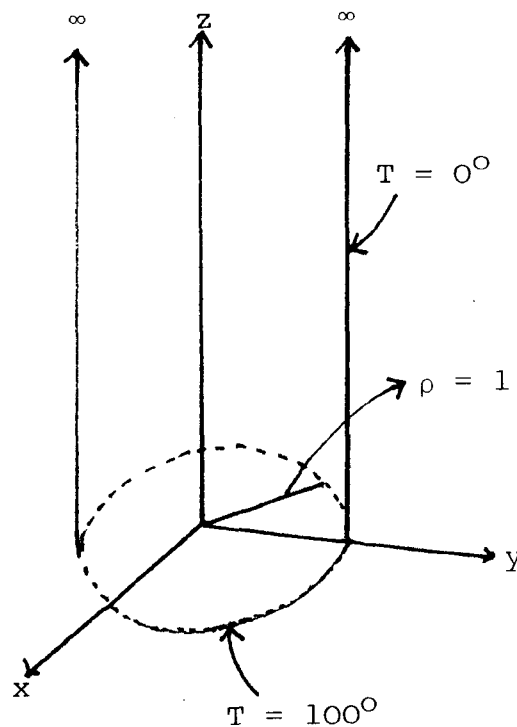
- (ii) Jika $f(x) = P_0(x)$ dan diberi

$$\frac{d}{dx} [x^n J_n(x)] = x^n J_{n-1}(x)$$

Kembangkan $P_0(x)$ dengan menggunakan $J_0(x)$.

(20/100)

(c)



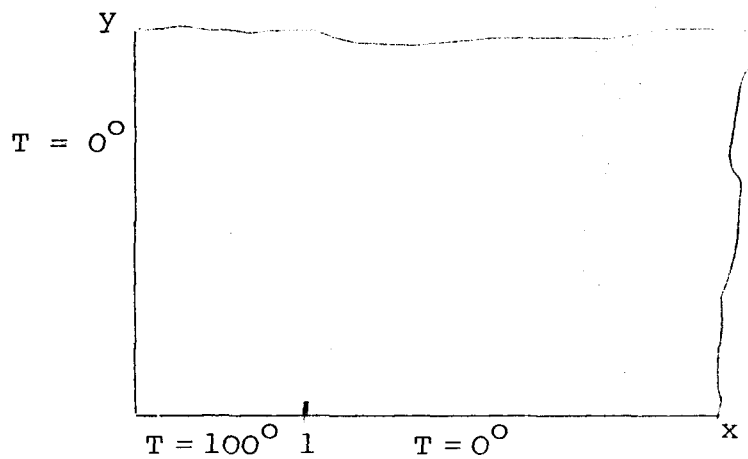
Rajah 1

Cari taburan suhu keadaan mantap di dalam silinder pepejal semi-tak terhingga (Rajah 1) yang berjejari 1 jika suhu T pada tapak silinder ialah 100° dan pada sisi terlingkung ialah 0° .

$$\text{Diberi } \nabla^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

(70/100)

4.



Rajah 2

Suatu plat logam tak terhingga (Rajah 2) di dalam sukuan pertama mempunyai pinggir di sepanjang paksi y yang suhunya bernilai 0° , dan pinggir di sepanjang paksi x dikekalkan pada

$$T(x,0) = \begin{cases} 100^\circ & 0 < x < 1 \\ 0^\circ & x > 1 \end{cases}$$

Cari taburan suhu keadaan mantap $T(x,y)$ dengan menggunakan kaedah transform Fourier.

(100/100)

- oooOoooo -